第18講　数列，等差数列

§1 ▶ 数列

要点整理 と 公式

要点1 数列

数を一列に並べたものを「　　　　」という。例えば，

正の偶数を小さい順に並べた　　　2，4，6，8，　，……　　　……①

自然数の 2 乗を小さい順に並べた　　1，4，9，16，　，……　　　……②

は，数列である。

数列における各数を，その数列の「　　」といい，最初の項から順に「第 1 項」「第 2 項」「第 3 項」…，という。よって，n 番目の項は「　　　　」という。また，第 1 項を「　　　　」という。①の初項は　，②の第 3 項は　である。

数列は一般的に

$a_1, a_2, a_3, \cdots\cdots, a_n, \cdots\cdots$

と添字をつけて表す。この添字は，その数列が第何項であるかを表す。例えば a_5 は第 5 項を表す。また，この数列をまとめて $\{a_n\}$ のように表すことがある。

①の数列の第 n 項は，

$$a_n = 2n$$

のように n の式で表すことができる。この式を用いると

$a_1 = 2 \cdot 1 = 2$，$a_2 = 2 \cdot \quad = \quad$，$a_{10} = 2 \cdot \quad =$

のように，数列の各項を求めることができる。

$a_n = 2n$ のように，数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n が n の式で表されるとき，a_n を数列 $\{a_n\}$ の「　　　　」という。

(ex) 一般項 a_n が $a_n = 2^n$ で表される数列について，

第 3 項は　　　　，第 7 項は　　　　である。

項の個数が無限である数列を「無限数列」という。例えば，①や②は無限数列である。

一方，項の個数が有限である数列を「有限数列」という。例えば，12 の正の約数を小さい

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

順に並べた数列

1，2，3，4，6，12　　　　……③

は有限数列である。有限数列において，その数列の項の個数を「　　　」，最後の項を「　　　」という。③の数列の項数は「　　」，末項は「　　」である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

［1］　一般項が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ について，初項から第 5 項までを求めよ。

（1）　$a_n = 2n - 3$　　　（2）　$a_n = 2^{n-1}$

［2］　数列 1，−2，4，−8，16 の初項，末項，項数をいえ。

Point Pickup

数列 $\{a_n\}$ の一般項から各項を求める。

→　第●項は，一般項を表す式の n に n = ● を代入して求める。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▸ 等差数列

要点整理 と 公式

要点2 等差数列

正の奇数を小さい順に並べた数列 1，3，5，7，9，…… は，初項　　に次々に　　を加えて得られる。

また，10 に次々に -3 を加えると，次の数列が得られる。

10，　，　，　，　，……

このように，初項 a に一定の数 d を次々に加えて得られる数列を「　　　　」といい，一定の数 d をその等差数列の「　　　」という。

（ex）初項 2，公差 3 の等差数列は

である。

要点3 等差数列の一般項

初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ について

$$a_1 = a$$

$$a_2 = a_1 + d = a + d$$

$$a_3 = a_2 + d = (a + d) + d = a + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = (a + 2d) + d = a + 3d$$

………

a_1, a_2, a_3, a_4, … a_{n-1}, a_n （各項の間 $+d$）

と表されるから，第 n 項は

$$a_n = a + (n-1)d$$

である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

一般に，次のことが成り立つ。

■ **等差数列の一般項**

初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = a + (n-1)d$$

（ex）初項 2，公差 3 の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$a_n = \quad + (n-1)\cdot \quad = 3n-1$　　つまり　$a_n = 3n-1$　である。

第 10 項は $a_{10} =$ 　　　　　　　である。

※等差数列 $\{a_n\}$ において，次の関係が成り立つ。

$a_{n+1} = a_n + d$　　つまり　　$a_{n+1} - a_n = d$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

［1］　初項 -2，公差 3 の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項と第 20 項を求めよ。

［2］　次の等差数列 $\{a_n\}$ の初項 a と公差 d を求め，一般項を求めよ。

(1)　3，8，13，18，……　　　(2)　19，12，5，-2，……

Point Pickup

等差数列の一般項

初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = a + (n-1)d$$

等差数列の公差 d は，隣り合う 2 項の「差」である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 等差数列の一般項

要点整理 と 公式

要点4 与えられた 2 項から等差数列の一般項を求める

第 3 項が 7，第 10 項が 28 である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求める。

初項を　，公差を　とすると，等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$a_n =$ 　 $+ (n-1)$

と表される。

$a_3 = 7$ より　$a + 2d = 7$　……①

$a_{10} = 28$ より　　……②

②−①より　$7d = 21$　　よって　$d = 3$

このとき①より　$a + 6 = 7$　　よって　$a = 1$

したがって一般項は　$a_n =$ 　 $+ (n-1)\cdot$ 　 $= 3n - 2$　である。

要点5 ある数が第何項かを求める

等差数列 $\{a_n\}$ の一般項が　$a_n = 3n - 2$ で与えられたとき，52 はこの等差数列の第何項かを求める。

a 　 $= 52$　より　　 $= 52$

これを解くと，$n = 18$

よって，52 は第 18 項である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

第2項が9，第6項が -7 である等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ。

(1)　この等差数列の一般項を求めよ。

(2)　第20項を求めよ。

(3)　-23 は第何項か。

Point Pickup

等差数列の一般項

等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は，初項を a，公差を d とおくと

$$a_n = a + (n-1)d$$

と表される。

a，d を求めるためには

与えられた項の条件から，a，d についての連立方程式を立てて解く。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ 等差数列の和

要点整理 と 公式

要点❻ 等差数列の和

初項 1，公差 3 の等差数列の初項から第 8 項までの和を求める。

求める和を S とすると

$S = 1 + 4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 + 22$ ……①

である。

この和 S は，項を加える順番を逆にしても同じである。つまり，

$S = 22 + 19 + 16 + 13 + 10 + 7 + 4 + 1$ ……②

である。①と②を辺々加えると

$$\begin{array}{rcl} S &=& 1 + 4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 + 22 \\ +)\ S &=& 22 + 19 + 16 + 13 + 10 + 7 + 4 + 1 \\ \hline 2S &=& 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 \end{array}$$

よって　$S = \dfrac{8 \times 23}{2}$ ……③

$= 92$

③における「8」は「項数」であり，「23」は初項 1 と末項 22 の和である。

よって③の式から，等差数列の和 S は次のように表される。

$$S = \frac{項数(初項 + 末項)}{2}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

一般に，次のことが成り立つ。

■ **等差数列の和 その①**

初項 a，末項 l，項数 n の等差数列の和 S_n は

$$S_n=\frac{n(a+l)}{2} \quad \cdots\cdots ④$$

また，初項 a，公差 d，項数 n の等差数列の末項は，第 n 項と等しい。つまり

$$l=a+(n-1)d$$

である。これを④に代入すると，次のことが成り立つ。

■ **等差数列の和 その②**

初項 a，公差 d，項数 n の等差数列の和 S_n は

$$S_n=\frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

［1］　初項 29，末項 1，項数 8 の等差数列の和 S を求めよ。

［2］　(1)　初項 1，公差 2，項数 20 の等差数列の和 S を求めよ。

(2)　初項 2，公差 5，末項 72 の等差数列の和 S を求めよ。

Point Pickup

等差数列の和

初項 a，末項 l，項数 n の等差数列の和 S_n は　$S_n = \dfrac{n(a+l)}{2}$

初項 a，公差 d，項数 n の等差数列の和 S_n は　$S_n = \dfrac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講　確認テスト

1　数列 $\{a_n\}$ の一般項が $a_n = \dfrac{1}{n+1}$ で表される数列の初項は $\dfrac{1}{\boxed{ア}}$，第 3 項は $\dfrac{1}{\boxed{イ}}$ である。

また，数列 2，4，6，8，10，12，14 の初項は $\boxed{ウ}$，末項は $\boxed{エオ}$，項数は $\boxed{カ}$ である。

2　等差数列 $\{a_n\}$ が -2，4，10，16，…… で与えられるとき，その初項は $a = \boxed{キク}$，公差は $d = \boxed{ケ}$ である。また，一般項は $a_n = \boxed{コ}\,n - \boxed{サ}$ である。

3　第 5 項が 15，第 12 項が 29 である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{シ}\,n + \boxed{ス}$ である。また，この数列の第 15 項は $\boxed{セソ}$，119 はこの数列の第 $\boxed{タチ}$ 項である。

4　初項 2，末項 27，項数 20 の等差数列の和は $\boxed{ツテト}$ である。
また，初項 3，公差 5，項数 15 の等差数列の和は $\boxed{ナニヌ}$ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講　数列，等差数列

1

［1］ (1) $a_1 = 2 \cdot 1 - 3 = -1$，$a_2 = 2 \cdot 2 - 3 = 1$，$a_3 = 2 \cdot 3 - 3 = 3$

$a_4 = 2 \cdot 4 - 3 = 5$，$a_5 = 2 \cdot 5 - 3 = 7$

(2) $a_1 = 2^0 = 1$，$a_2 = 2^1 = 2$，$a_3 = 2^2 = 4$，$a_4 = 2^3 = 8$，$a_5 = 2^4 = 16$

［2］ 初項 1，末項 16，項数 5

2

［1］ $a_n = -2 + (n-1) \cdot 3 = 3n - 5$

第 20 項は $a_{20} = 3 \cdot 20 - 5 = 55$

［2］ (1) 初項 a は　$a = 3$　　公差 d は　$d = 8 - 3 = 5$

一般項は　$a_n = 3 + (n-1) \cdot 5 = 5n - 2$

(2) 初項 a は　$a = 19$　　公差 d は $d = 12 - 19 = -7$

一般項は　$a_n = 19 + (n-1) \cdot (-7) = -7n + 26$

3

(1) 初項を a，公差を d とおくと，

$a_n = a + (n-1)d$

$a_2 = 9$　より　$a + d = 9$　……①

$a_6 = -7$　より　$a + 5d = -7$　……②

①，②より　$a = 13$，$d = -4$

よって，$a_n = 13 + (n-1) \cdot (-4) = -4n + 17$

(2) $a_{20} = -4 \cdot 20 + 17 = -63$

(3) $a_n = -23$　より　$-4n + 17 = -23$　　$n = 10$　　よって第 10 項

4

［1］ $S = \dfrac{8(29+1)}{2} = 120$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［2］（1）$S=\dfrac{20\{2\cdot1+(20-1)\cdot2\}}{2}=400$

（別解）　この等差数列の末項は　$a_{20}=1+(20-1)\cdot2=39$

よって　$S=\dfrac{20(1+39)}{2}=400$

（2）この等差数列の一般項は　$a_n=2+(n-1)\cdot5=5n-3$

項数を n とすると　$5n-3=72$　より　$n=15$

よって　$S=\dfrac{15(2+72)}{2}=555$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講　確認テスト

1 数列 $\{a_n\}$ の一般項が $a_n = \dfrac{1}{n+1}$ で表される数列の初項は $\dfrac{1}{\boxed{ア}}$，第 3 項は $\dfrac{1}{\boxed{イ}}$ である。

また，数列 2，4，6，8，10，12，14 の初項は $\boxed{ウ}$，末項は $\boxed{エオ}$，項数は $\boxed{カ}$ である。

2 等差数列 $\{a_n\}$ が -2，4，10，16，…… で与えられるとき，その初項は $a = \boxed{キク}$，公差は $d = \boxed{ケ}$ である。また，一般項は $a_n = \boxed{コ}\,n - \boxed{サ}$ である。

3 第 5 項が 15，第 12 項が 29 である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{シ}\,n + \boxed{ス}$ である。また，この数列の第 15 項は $\boxed{セソ}$，119 はこの数列の第 $\boxed{タチ}$ 項である。

4 初項 2，末項 27，項数 20 の等差数列の和は $\boxed{ツテト}$ である。

また，初項 3，公差 5，項数 15 の等差数列の和は $\boxed{ナニヌ}$ である。

{ 解答 }

1	ア　2	イ　4	ウ　2	エ　1	オ　4	カ　7
2	キ　−	ク　2	ケ　6	コ　6	サ　8	
3	シ　2	ス　5	セ　3	ソ　5	タ　5	チ　7
4	ツ　2	テ　9	ト　0	ナ　5	ニ　7	ヌ　0

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。